

4 Mecanica punctului material

Tipuri de forțe

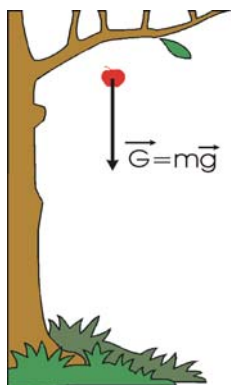
- 4.1. Forțe gravitaționale
- 4.2. Legea atracției universale
- 4.3. Forțe de frecare
- 4.4. Forțe elastice
- 4.5. Forțe de legătura
- 4.6. Forțe de inerție

4.1 Forțe gravitaționale

Orice corp ridicat deasupra suprafeței Pământului cade spre Pământ dacă nu este ținut în această poziție de o forță. Căderea lui în vid se realizează cu o accelerație $\vec{g}$ numită accelerație gravitațională:

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}. \quad (4.1)$$

Proprietățile forțelor gravitaționale:



- Se transmit la distanță prin intermediul câmpului gravitațional;
- Au caracter universal, manifestându-se între toate masele de substanță din univers;
- Sunt direct proporționale cu masele corpurilor asupra cărora acționează;
- Sunt întotdeauna de atracție;

Fig. 4.1 Căderea
corpurilor datorată
forțelor gravitaționale

Definiție: Forța cu care un corp apasă normal pe suprafața unui suport orizontal pe care se află, sau

cu care întinde firul de care este suspendat când firul este vertical se numește forță de greutate sau simplu greutate.

4.2 Legea atracției universale

Evoluția științei despre mișcarea planetelor

Platon (423 î.e.n – 347 î.e.n) și **Ptolemeu** (sec. II î.e.n.) susțineau că Pământul este fix și se află în centrul sistemului planetar – sistemul geocentric. **Nicolaus Copernic** (astronom polonez 1473-1543) credea că soarele este centrul fix în jurul căruia se mișcă celelalte planete – sistemul heliocentric. **Tycho Brache** (astronom danez 1546-1601) – fundamentează sistemul heliocentric printr-un număr mare de măsurători astronomice. **Johannes Kepler** (matematician și astronom german 1571 – 1630) stabilește și enunță legile care guvernează mișcarea planetelor în sistemul nostru solar. **Sir Isaac Newton** (fizician englez 1642-1727) enunța legea atracției universale.

Legile lui Kepler

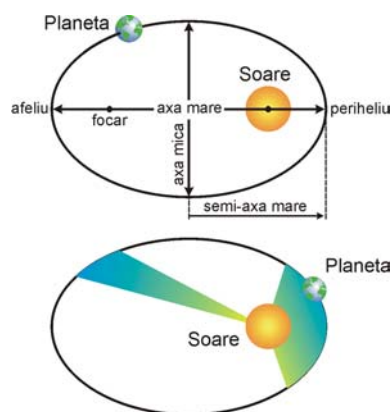


Fig. 4.2 Mișcarea planetelor în jurul soarelui

Prima lege a lui Kepler: Orbitele (trajectoriile) pe care se mișcă planetele sistemului nostru solar sunt elipse; având în unul din focare, comun tuturor planetelor, soarele.

Legea a doua a lui Kepler: Ariile măsurate de raza vectoare (duse de la soare la planete) în intervale de timp egale, sunt egale.

Legea a treia a lui Kepler: Pătratul perioadelor de revoluție a două planete oarecare sunt direct proporționale cu cuburile semiaxelor mari ale orbitelor eliptice.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (4.2)$$

Legea atracției universale

$$F_{12} = k_g \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (4.3)$$

Enunț: Oricare două corpuri materiale punctiforme se atrag cu forțe proporționale cu produsul maselor lor și invers proporționale cu pătratul distanțelor dintre ele.

Constanta de proporționalitate, k_g se numește constanta gravitațională și are valoarea:

$$k_g = 6.6732 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \quad (4.4)$$

Câmpul gravitațional

Definiție: Câmpul gravitațional este spațiul care posedă proprietăți speciale, pe care le capătă datorită prezentei în anumite puncte ale lui a unor mase de substanță.

Lucrul mecanic al forțelor gravitaționale

Considerăm o mișcare a unui corp de masă m_2 în câmpul gravitațional al unui corp de masă m_1 sub acțiunea forței de atracție gravitațională, pe o distanță considerată suficient de mare astfel încât

aceasta nu mai poate fi considerată o constantă, ci depinde invers-proporțional cu pătratul distanței dintre cele două corpuri.

$$dL = \vec{F}_g \cdot d\vec{r} \Rightarrow \int_1^2 dL = -\int_{r_1}^{r_2} F_g \cdot dr \Rightarrow L_{12} = -\int_{r_1}^{r_2} k_g \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot dr \quad (4.5)$$

$$L_{12} = -k_g m_1 m_2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = k_g m_1 m_2 \int_{r_1}^{r_2} d\left(\frac{1}{r}\right) = k_g m_1 m_2 \left[\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_2} = k_g \frac{m_1 m_2}{r_2} - k_g \frac{m_1 m_2}{r_1}$$

De unde lucrul mecanic fiind variația energia potențială gravitațională:

$$L_{12} = E_{p2} - E_{p1} = k_g \frac{m_1 m_2}{r_2} - k_g \frac{m_1 m_2}{r_1} \quad (4.6)$$

Iar energia potențială gravitațională este:

$$E_p = k_g \frac{m_1 m_2}{r} \quad (4.7)$$

4.3 Forțe de frecare

Definiție: Frecarea este fenomenul fizic de apariție, la contactul dintre două corpuri solide sau dintre două straturi adiacente dintr-un lichid, a unei forțe care se opune mișcării relative a celor două corpuri sau straturi de fluid. Aceste forțe se numesc forțe de frecare.



Fig. 4.3 Forțele de frecare se opun mișcării.

Forțele de frecare sunt orientate tangențial la suprafața de contact și au sens opus vitezei relative de mișcare a celor două corpuri sau straturi de fluid.

Clasificarea frecării:

- Frecare externă:
 - Statică
 - CINETICĂ:

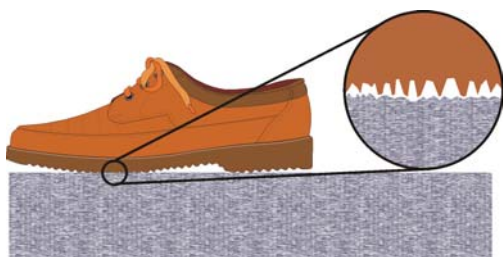


Fig. 4.4 Forțele de frecare depind de natura suprafețelor aflate în contact.

- ✓ De alunecare
- ✓ De rostogolire
- Frecare internă sau frecare de vâscozitate.

Forța de frecare care apare la frecarea la alunecare este:

$$F_{f,a} = \mu_a \cdot N, \quad (4.8)$$

unde, μ_a este coeficientul de frecare la alunecare, iar N forța de apăsare normală pe suprafața de contact.

Legile frecării la alunecare:

- Forța de frecare nu depinde de mărimea suprafețelor de contact dintre cele două corpuri care se freacă.
- Coeficientul de frecare depinde de gradul de șlefuire a suprafețelor care se freacă, scăzând cu creșterea gradului de șlefuire.
- Coeficientul de frecare depinde de natura corpurilor care se freacă.
- Forța de frecare (statica sau cinetica) este direct proporțională cu forța de apăsare la suprafața contactului dintre corpuri.

Frecarea la rostogolire

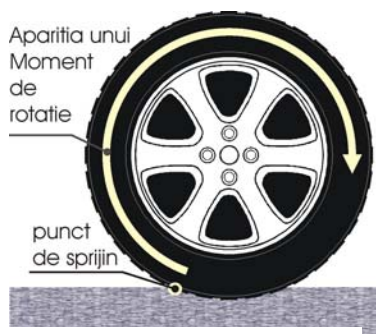


Fig. 4.5 Rostogolirea

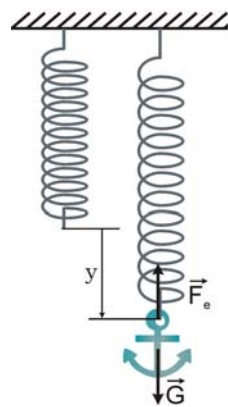
$$F_{f,a} = \mu_r \cdot \frac{N}{r}, \quad (4.9)$$

unde, μ_r este coeficientul de frecare la rostogolire, r raza de curbura locală a corpului care se rostogolește, iar N forța de apăsare normală. Forța de frecare la

rostogolire este mult mai mică decât forța de frecare la alunecare. În principiu se poate considera că forța de frecare la rostogolire se datorează învingerii unui moment al forței care apare la o răsturnare a corpului datorită adâncirii acestuia în suprafața de contact.

4.4 Forțe elastice

Definiție: Schimbarea dimensiunilor sau formei corpurilor solide sub influența unor forțe aplicate lor se numește deformare.



Deformarea poate să fie:

- Elastică – când după încetarea acțiunii forțelor exterioare corpul își revine la forma și volumul inițial.
- Plastică – când după încetarea acțiunii forțelor exterioare corpul nu își revine sau își revine numai parțial la forma și volumul inițial.

$$\vec{F}_{el} = -k \cdot \vec{y}, \quad (4.10)$$

Fig. 4.6 Deformarea unui resort elastic.

k este constanta elastică.

Dacă considerăm o bară cu secțiunea S asupra căreia acționează o forță exterioară F atunci se poate defini efortul unitar ca raportul dintre forță și suprafață:

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (4.11)$$

Efectul unui astfel de efort unitar este acela a apariției unei alungiri relative a barei considerate:

$$\sigma = \frac{F}{S} \propto \frac{\Delta l}{l}. \quad (4.12)$$

Constanta de proporționalitate este o constantă de material și se numește constanta lui Young, E .

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}. \quad (4.13)$$

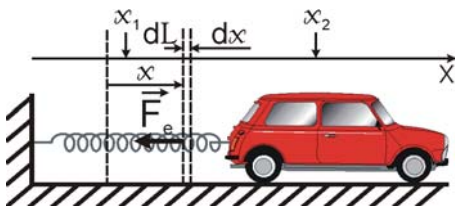
Forța elastică, F_{el} este egală în modul și de sens contrar forței de deformare exterioare, F :

$$F_{el} = -F = -\frac{S \cdot E}{l} \cdot \Delta l = -k \cdot \Delta l. \quad (4.14)$$

Lucrul mecanic de deformare elastică

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{x} \Rightarrow \int_1^2 dL = -\int_{x_1}^{x_2} F_e \cdot dx \Rightarrow L_{12} = \int_{x_1}^{x_2} k \cdot x \cdot dx$$

$$L_{12} = k \int_{x_1}^{x_2} x \cdot dx = k \left(\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} \right), \quad (4.15)$$



de unde:

$$L_{12} = E_{e2} - E_{e1} = k \frac{x_2^2}{2} - k \frac{x_1^2}{2}. \quad (4.16)$$

Energia potențială elastică este:

$$E_e = k \frac{x^2}{2}. \quad (4.17)$$

4.5 Forte de legătură

Definiție: Forțele care constrâng corpurile aflate în mișcare să urmeze o anumită traiectorie se numesc forțe de constrângere sau de legătură.

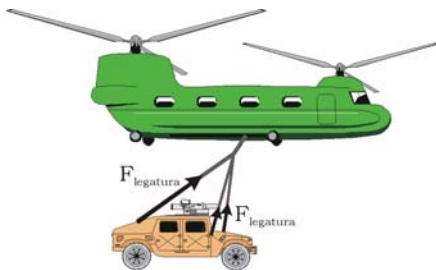


Fig. 4.8 Transport militar.

Cel mai celebru exemplu al unor astfel de forțe sunt cele de tensiune care apar la corpurile suspendate aflate în mișcare.

4.6 Forte de inerție

Este momentul să observăm cum arata legile fizicii în sistemele de referință neinerțiale. Legea inerției nu mai este valabilă în sistemele de referință neinerțiale. Se poate demonstra că legile dinamicii devin din nou valabile dacă se accepta existența unor forțe *nevăzute* numite forțe de inerție.

Definiție: Forța cu care un corp se opune accelerării lui se numește forța de inerție.

Fie date două sisteme de referință, dintre care unul fix și celălalt mobil, atunci mișcarea unui corp față de *sistemul mobil* se numește *mișcare relativă*. Mișcarea corpului față de *sistemul fix* se numește *mișcare absolută*, iar mișcarea sistemului de referință mobil solidar cu corpul, față de sistemul de referință fix se numește *mișcare de transport*.

Viteza absolută a unui corp față de sistemul de referință fix, $\vec{v}_a$ este suma dintre viteza acelui corp față de sistemul mobil numită viteza relativă, $\vec{v}_r$ și viteza sistemului mobil față de cel fix numită viteza de transport, $\vec{v}_t$, astfel:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_t. \quad (4.18)$$

În general sistemul de referință mobil poate executa o mișcare de translație și o mișcare de rotație cu viteza unghiulară $\vec{\omega}$. În acest caz viteza de transport este:

$$\vec{v}_t = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (4.19)$$

unde $\vec{v}_0$ este viteza de translație a SR mobil față de SR fix iar $\vec{\omega} \times \vec{r}$ este viteza tangențială.

Deci viteza absolută se poate scrie ca:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (4.20)$$

Accelerația absolută se poate scrie ca:

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = \frac{d\vec{v}_r}{dt} + \frac{d\vec{v}_0}{dt} + \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r})}{dt}, \quad (4.20)$$

de unde:

$$\begin{aligned} \vec{a}_a &= \frac{d\vec{v}_r}{dt} + \vec{a}_0 + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{v}_r}{dt} + \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \\ \vec{a}_a &= 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r + \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Conform legii a doua a dinamicii:

$$\vec{F}_a = m\vec{a}_a = 2m\vec{\omega} \times \vec{v}_r + m\vec{a}_0 + m\vec{\varepsilon} \times \vec{r} + m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}), \quad (4.22)$$

unde:

$$\vec{F}_t = m\vec{a}_0 \quad \text{forța de inerție la mișcarea de translație} \quad (4.23)$$

$$\vec{F}_a = m\vec{\varepsilon} \times \vec{r} \quad \text{forța de inerție la mișcarea accelerată de rotație.} \quad (4.24)$$

$$\vec{F}_a = m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad \text{forța de inerție centrifugă.} \quad (4.25)$$

$$\vec{F}_a = 2m\vec{\omega} \times \vec{v}_r \quad \text{forța de inerție Coriolis.} \quad (4.26)$$